CAPITOLUL 3 Patrulatere

3.1. Patrulater convex

Definiţie. Poligonul cu patru laturi se numeşte *patrulater*.

Definiţie. Un patrulater se numeşte *convex* dacă oricare ar fi două puncte aflate în interiorul său, segmentul care le uneşte este inclus în interiorul patrulaterului.

Definiţie. Un patrulater se numeşte *concav* dacă există două puncte în interiorul său astfel încât segmentul care le uneşte nu este inclus în interiorul patrulaterului.

Teoremă. Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex este egală cu 360°.

CUNOAŞTERE ŞI EXERSARE

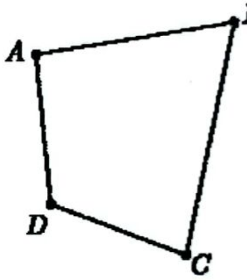
1. Se consideră figura următoare, ce reprezintă patrulaterul convex $ABCD$:

Completaţi spaţiile punctate:

a) Unghiul opus unghiului A este unghiul ....

b) Perechile de laturi opuse sunt: $[AB]$ şi $[CD]$, respectiv .... şi ....

c) Perimetrul lui $ABCD$ este $\mathcal{P}_{ABCD} = AB +$ ....



2. În patrulaterul convex $ABCD$ se cunosc: $AB = 4$ cm, $BC = 6$ cm, $CD = 3$ cm, şi $AD = 5$ cm. Calculaţi perimetrul patrulaterului $ABCD$.

Rezolvare. $\mathcal{P}_{ABCD} =$

3. Un patrulater convex $ABCD$ are $m(\sphericalangle A) = 63°$, $m(\sphericalangle B) = 72°$ şi $m(\sphericalangle C) = 107°$. Calculaţi măsura unghiului D.

Rezolvare. Deoarece suma măsurilor unghiurilor patrulaterului $ABCD$ este egală cu 360°, $m(\sphericalangle D) = 360° - m(\sphericalangle A) -$ ....

4. Un patrulater convex are un unghi cu măsura de 120°. Celelalte trei unghiuri ale patrulaterului sunt congruente. Aflaţi măsurile lor!

5. Determinaţi măsurile unghiurilor unui patrulater convex, ştiind că acestea sunt direct proporţionale cu numerele 3, 4, 5 şi 6.

6. Determinaţi măsurile unghiurilor unui patrulater convex, ştiind că acestea sunt direct proporţionale cu 5; 9; 10 şi 12.

3.2. Paralelogramul

Definiţie. Paralelogramul este patrulaterul convex cu laturile opuse paralele două câte două.

Teorema 1. Într-un paralelogram sunt verificate următoarele proprietăţi:

1. Laturile opuse sunt congruente.
2. Unghiurile opuse sunt congruente.
3. Oricare două unghiuri alăturate sunt suplementare.
4. Punctul de intersecţie al diagonalelor este mijlocul fiecărei diagonale.
5. Oricare două laturi opuse sunt paralele şi congruente.

Teorema 2. Dacă într-un patrulater este verificată una din proprietăţile enunţate în Teorema 1, atunci patrulaterul este paralelogram.

CUNOAŞTERE ŞI EXERSARE

1. Desenaţi un paralelogram $ABCD$. Se ştie că $AB = 5$ cm, iar $BC = 3$ cm. Calculaţi perimetrul paralelogramului $ABCD$.

Rezolvare. $ABCD$ paralelogram $\Rightarrow AB = CD$ şi $BC =$

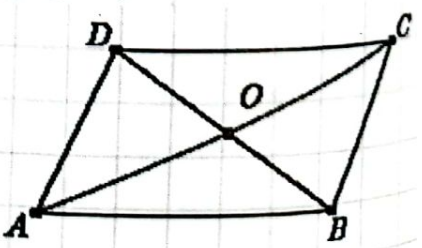
$\mathcal{P}_{ABCD} =$

2. Scrieţi în dreptul fiecărei propoziţii de mai jos **A**, dacă propoziţia este adevărată, respectiv **F**, dacă propoziţia este falsă:

a) „Paralelogramul are patru laturi";
b) „Unghiurile opuse ale unui paralelogram sunt suplementare";
c) „Toate laturile unui paralelogram sunt congruente";
d) „Diagonalele unui paralelogram nu se intersectează";
e) „Suma măsurilor unghiurilor unui paralelogram este 180^0".

3. Se consideră paralelogramul $ABCD$ şi O punctul de intersecţie al diagonalelor. Completaţi spaţiile punctate astfel încât să obţineţi propoziţii adevărate:

a) Latura $[AB]$ este congruentă cu latura ....
b) Dreapta BC este paralelă cu ....
c) $\sphericalangle ABC$ este congruent cu unghiul ....
d) $[BO]$ este congruentă cu ....



4. Calculaţi măsurile unghiurilor paralelogramului $ABCD$, □tiind că:

a) $m(\sphericalangle A) = 30°$;
b) $m(\sphericalangle B) = 46°$;
c) $m(\sphericalangle C) = 93°$;
d) $m(\sphericalangle D) = 137°$.

Rezolvare. ***a)*** $m(\sphericalangle C) = m(\sphericalangle A) = 30°$; $m(\sphericalangle B) = m(\sphericalangle D) = 180° - m(\sphericalangle A) = 150°$.

5. Determinați perimetrul paralelogramului $ABCD$, știind că:
a) $AB = 8$ cm și $BC = 5$ cm;
b) $AD = 2{,}5$ cm și $DC = 3{,}6$ cm;
c) $AB = 1{,}7$ dm și $AD = 120$ mm.

6. Paralelogramul $ABCD$ are perimetrul egal cu 12 cm. Știind că $AB = 4$ cm, determinați BC.

7. Paralelogramul $ABCD$ are perimetrul egal cu 48 cm. Știind că $[AB]$ are lungimea cu 2 cm mai mare decât lungimea lui $[BC]$, determinați AB.

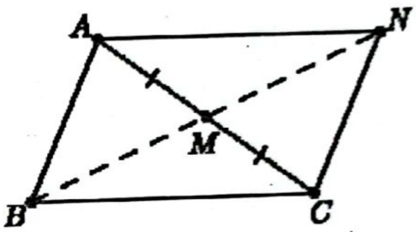
Indicație. Avem $AB = BC + 2$ cm și $DC = BC + 2$ cm.

8. Paralelogramul $ABCD$ are perimetrul egal cu 54 cm. Știind că $[AB]$ are lungimea de două ori mai mare decât lungimea lui $[BC]$, determinați AB.

9. În triunghiul ABC, se prelungește mediana $[AM]$, $M \in (BC)$, cu segmentul $[MN]$, astfel încât $[MN] \equiv [AM]$. Demonstrați că patrulaterul $ABNC$ este paralelogram.

10. În figura alăturată, M este mijlocul laturii $[AC]$, AN este paralelă cu BC, iar punctele B, M și N sunt coliniare. Demonstrați că $ANCB$ este paralelogram.

Indicație. Demonstrați că $[BM] \equiv [MN]$; va rezulta că diagonalele patrulaterului $ANCB$ se înjumătățesc.



11. Aflați perimetrul paralelogramului $ABCD$, știind că $AD = AC = 6$ cm, iar $m(\sphericalangle D) = 60°$.

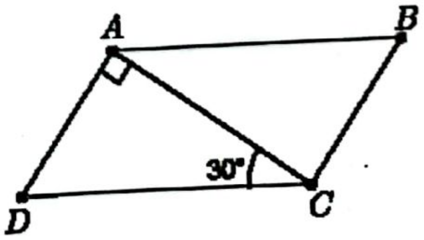
12. Calculați măsurile unghiurilor paralelogramului $ABCD$, în fiecare din cazurile:
a) măsurile unghiurilor A și B sunt direct proporționale cu 4 și 6;
b) măsurile unghiurilor B și C sunt direct proporționale cu 7 și 5.

ACUMULARE ȘI CONSOLIDARE

13. Calculați măsurile unghiurilor paralelogramului $ABCD$, știind că:
a) $m(\sphericalangle A) = 25°34'$;
b) $m(\sphericalangle B) = 112°43'$;
c) $m(\sphericalangle C) = 49°20'52''$;
d) $m(\sphericalangle D) = 145°21'42''$.

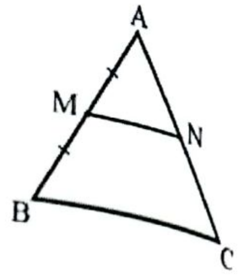
14. În figura alăturată, $ABCD$ este paralelogram. Se știe că $DC = 8$ cm, $m(\sphericalangle ACD) = 30°$, iar $AC \perp AD$. Calculați perimetrul paralelogramului.

Indicație. Aplicând teorema unghiului de 30° în triunghiul dreptunghic ADC, rezultă că $DC = 2AD$.



15. Se consideră paralelogramul $ABCD$. Calculați măsura unghiului $\sphericalangle ADC$, știind că $AC \perp AD$ și $AD = \dfrac{DC}{2}$.

3.3. Linia mijlocie în triunghi

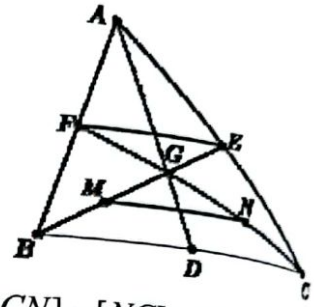


Definiţie. Segmentul determinat de mijloacele a două laturi ale unui triunghi se numeşte *linie mijlocie* în triunghi.

Teorema 1. Linia mijlocie a unui triunghi, determinată de două laturi, este paralelă cu latura a treia şi are ca lungime jumătate din lungimea acesteia.

Teorema 2. Dacă M este mijlocul laturii $[AB]$ a triunghiului ABC şi $MN \parallel BC$ $(N \in BC)$, atunci N este mijlocul laturii $[AC]$.

Teorema 3. Medianele unui triunghi sunt concurente.



Demonstraţie. Fie D, E, F mijloacele laturilor $[BC]$, $[CA]$, $[AB]$ ale triunghiului ABC, $\{G\} = BE \cap CF$ şi M, N mijloacele segmentelor $[BG]$ şi $[CG]$. Atunci $[EF]$ şi $[MN]$ sunt linii mijlocii în triunghiurile ABC şi GBC, deci $EF \parallel BC$, $MN \parallel BC$ şi $EF = MN = \frac{1}{2}BC$. Rezultă că patrulaterul $EFMN$ este paralelogram, de unde $[BM] \equiv [MG] \equiv [GE]$ şi $[CN] \equiv [NG] \equiv [GF]$. Ca urmare, $BG = \frac{2}{3}BE$. La fel, considerând $\{G'\} = BE \cap AD$, se arată că $BG' = \frac{2}{3}BE$, deci G şi G' coincid. În concluzie, $AD \cap BE \cap CF = \{G\}$.

Observaţie. Punctul de concurenţă al medianelor se numeşte *centrul de greutate* al triunghiului şi se notează, de regulă, cu G.

Centrul de greutate al unui triunghi este situat pe fiecare mediană la două treimi faţă de vârf şi o treime faţă de bază.

CUNOAŞTERE ŞI EXERSARE

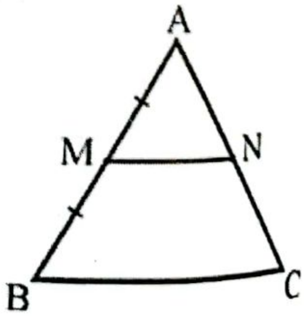
1. În figura alăturată, triunghiul ABC este oarecare, M este mijlocul laturii $[AB]$, iar N este mijlocul laturii $[AC]$. Completaţi spaţiile punctate:

a) Dacă $BC = 6$ cm, atunci $MN = ...$cm.

b) Dacă $BC = 24$ cm, atunci $MN = ...$cm.

c) Dacă $MN = 5$ cm, atunci $BC = ...$cm.

d) Dacă $MN = 13$ cm, atunci $BC = ...$cm.



2. În triunghiul ABC se consideră M, N şi P mijloacele laturilor $[AB]$, $[AC]$ şi respectiv $[BC]$. Dacă $AB = 10$ cm, $AC = 8$ cm şi $BC = 14$ cm, calculaţi MN, MP şi NP.

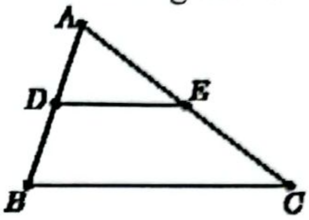
Rezolvare. Cum M este mijlocul lui $[AB]$, iar N este mijlocul lui $[AC]$, rezultă că $[MN]$ este linie mijlocie în triunghiul ABC. Deci $MN = \frac{BC}{2} = 7$ cm. Analog pentru MP şi NP.

3. În triunghiul ABC se consideră M, N şi P mijloacele laturilor $[AB]$, $[AC]$ şi respectiv $[BC]$. Dacă $MN = 5$ cm, $MP = 7$ cm şi $NP = 9$ cm, calculaţi perimetrul triunghiului ABC.

Indicaţie. $[MN]$ este linie mijlocie în triunghiul ABC, deci $BC = 2MN = 10$ cm.

4. Un triunghi echilateral are perimetrul egal cu 24 cm.
a) Calculaţi lungimea laturii triunghiului.
b) Calculaţi perimetrul triunghiului format de cele trei linii mijlocii ale triunghiului.

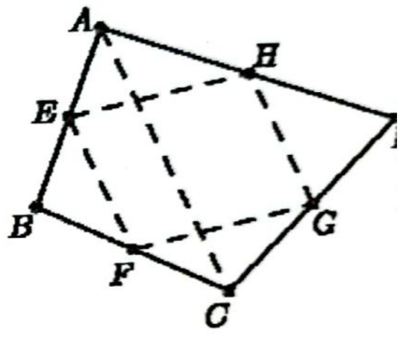
5. În figura alăturată, D şi E sunt mijloacele laturilor $[AB]$, respectiv $[AC]$ ale triunghiului ABC. Dacă $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm şi $\mathcal{P}_{ABC} = 23$ cm, calculaţi perimetrul patrulaterului $DECB$.



6. Triunghiul ABC este dreptunghic în A, iar $[AD]$ este mediană, $D \in (BC)$. Fie E mijlocul lui (AB) şi F mijlocul lui $[BD]$. Ştiind că $BC = 16$ cm, determinaţi EF.

7. În figura alăturată, $ABCD$ este un patrulater convex. Punctele E, F, G şi H sunt mijloacele laturilor $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ şi respectiv $[DA]$. Arătaţi că $EFGH$ este paralelogram.

Indicaţie. $[EF]$ şi $[GH]$ sunt linii mijlocii în triunghiurile ABC şi ADC.



8. Fie P, Q şi R mijloacele laturilor $[AB]$, $[AC]$ şi $[BC]$ ale triunghiului ABC. Demonstraţi că $BPQR$ este paralelogram.

ACUMULARE ŞI CONSOLIDARE

9. Se consideră triunghiul ABC, oarecare. Punctele D şi E sunt mijloacele laturilor $[AB]$, respectiv $[AC]$, iar punctele F şi G sunt mijlocele segmentelor $[AD]$, respectiv $[AE]$. Dacă $BC = 14$ cm, calculaţi DE şi FG.

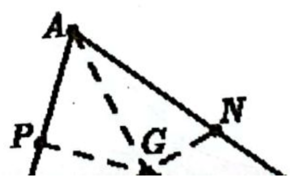
10. Media aritmetică a lungimilor laturilor triunghiului ABC este egală cu 14 cm. Calculaţi perimetrul triunghiului determinat de mijloacele laturilor triunghiului ABC.

Indicaţie. $\dfrac{AB + AC + BC}{3} = 14$ cm, deci $AB + AC + BC = 14 \text{ cm} \cdot 3 = 42$ cm.

În continuare, aveţi în vedere indicaţia de la problema **3**.

11. În paralelogramul $ABCD$, E este mijlocul laturii $[AB]$. Fie F punctul de intersecţie al dreptelor CE şi AD.
a) Arătaţi că $[AE]$ este linie mijlocie în triunghiul FDC.
b) Arătaţi că $AFBC$ este paralelogram.

12. În figura alăturată, $[AM]$, $[BN]$ şi $[CP]$ sunt mediane, iar G este centrul de greutate al triunghiului ABC. Se



3.4. Dreptunghiul

Definiție. Dreptunghiul este paralelogramul cu un unghi drept.

Observație. Dreptunghiul, fiind un caz particular de paralelogram, are toate proprietățile paralelogramului. În plus, dreptunghiul are următoarele proprietăți:

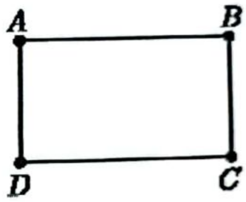
1. Diagonalele sunt congruente.
2. Unghiurile unui dreptunghi sunt congruente și au măsura de 90°, fiecare.

Teoremă. Un paralelogram este dreptunghi dacă și numai dacă are diagonalele congruente.

CUNOAŞTERE ŞI EXERSARE

1. Dați două exemple de corpuri geometrice care au cel puțin o față de formă dreptunghiulară.

2. Se consideră dreptunghiul din figura alăturată. Completați spațiile libere astfel încât să obțineți propoziții adevărate.



a) Diagonalele acestui dreptunghi sunt ....

b) Lungimea dreptunghiului este ....

c) Lățimea dreptunghiului este ....

3. Considerăm dreptunghiul $EFGH$, la care se cunosc $EF = 5$ cm și $FG = 2$ cm. Aflați perimetrul dreptunghiului.

4. Construiți un dreptunghi care are lungimile laturilor de 6 cm și 4 cm. Calculați apoi perimetrul dreptunghiului.

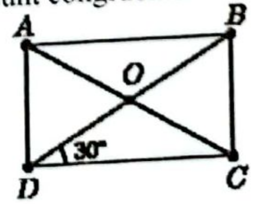
5. Lungimea unui dreptunghi are 8 cm. Lățimea aceluiași dreptunghi este egală cu jumătate din lungime. Calculați perimetrul dreptunghiului.

6. Calculați perimetrul dreptunghiului cu lățimea de 3 cm și lungimea egală cu triplul lățimii.

7. În dreptunghiul $ABCD$, $BD = 6$ cm. Calculați $AC + BD$.

Indicație. Deoarece $ABCD$ este dreptunghi, rezultă că diagonalele sunt congruente.

8. În dreptunghiul din figura alăturată, $AC \cap BD = \{O\}$ și $m(\sphericalangle ODC) = 30°$. Determinați $m(\sphericalangle DAC)$.



9. Calculați perimetrul dreptunghiului cu lungimea de 45 mm și lățimea de 0,23 dm.

Indicație. Transformați mai întâi cele două dimensiuni în aceeași unitate de măsură, apoi calculați perimetrul.

3.5. Rombul

Definiţie. Rombul este paralelogramul cu două laturi consecutive congruente.

Observaţie. Fiind un caz particular de paralelogram, rombul are toate proprietățile paralelogramului. În plus, rombul are următoarele proprietăţi:

1. Toate laturile sunt congruente.

2. Diagonalele sunt perpendiculare.

3. Diagonalele sunt bisectoarele unghiurilor rombului.

Teorema 1. Un paralelogram cu diagonalele perpendiculare este romb.

Teorema 2. Dacă într-un paralelogram o diagonală este bisectoarea unui unghi, atunci paralelogramul este romb.

Definiţie. Înălţimea unui romb este distanţa dintre două laturi opuse ale rombului.

CUNOAŞTERE ŞI EXERSARE

1. Desenați în chenarul următor un romb cu diagonalele de 4 cm şi 2 cm.

Rezolvare.

2. Completați spațiile punctate:

a) Perimetrul unui romb cu latura de 8 cm este egal cu .... cm.

b) Perimetrul unui romb cu latura de 4 dm este egal cu .... dm.

c) Perimetrul unui romb cu latura de 3,5 m este egal cu .... m.

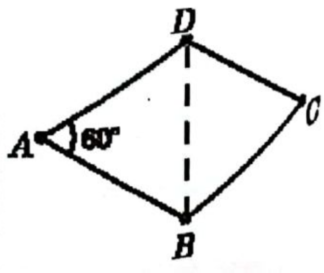
3. Un romb are perimetrul egal cu 24 cm. Câţi centimetri are latura rombului?

Rezolvare.

4. Un romb are perimetrul egal cu 18 cm. Câţi centimetri are latura rombului?

Rezolvare.

5. În figura alăturată, rombul $ABCD$ are $BD = 16$ cm şi $m(\sphericalangle BAD) = 60°$. Calculaţi perimetrul rombului $ABCD$.



Rezolvare. Triunghiul ABD este isoscel, cu $[AB] \equiv [BD]$. Cum $m(\sphericalangle BAD) = 60°$, triunghiul ABD este echilateral.

6. În rombul $ABCD$, punctul O este intersecția diagonalelor $[AC]$ şi $[BD]$, iar $m(\sphericalangle BAD) = 30°$. Calculați măsura unghiului $\sphericalangle OCD$.

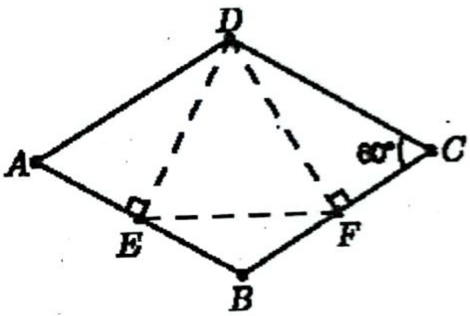
7. Rombul $ABCD$ are perimetrul egal cu 48 cm. Calculați lungimea diagonalei $[BD]$, dacă se cunoaşte $m(\sphericalangle ABC) = 120°$.

8. Într-un romb una dintre diagonale formează cu o latură un unghi cu măsura de 65°. Determinați măsurile unghiurilor rombului.

ACUMULARE ŞI CONSOLIDARE

9. Punctele M, N, P şi Q sunt mijloacele laturilor $[AB], [BC], [CD]$ şi respectiv $[DA]$ ale dreptunghiului $ABCD$. Ştiind că perimetrul patrulaterului $MNPQ$ este egal cu 28 cm, determinați lungimea laturii $[MN]$.

10. În rombul $ABCD$ se ştie că $m(\sphericalangle C) = 60°$. Fie $DE \perp AB,\ E \in (AB)$ şi $DF \perp BC,\ F \in (BC)$.



Arătați că:

a) $AD = 2 \cdot BE$;

b) triunghiul DEF este echilateral.

Indicaţie. Stabiliți mai întâi natura triunghiului ADB.
Va rezulta apoi că, în acest triunghi, $[DE]$ este înălțime, mediană, etc.

11. În triunghiul ABC bisectoarea unghiului A intersectează latura $[BC]$ în punctul D. Fie $DE \parallel AC,\ E \in (AB)$ şi $DF \parallel AB,\ F \in (AC)$. Arătați că $AEDF$ este romb.

12. În rombul $ABCD$ se notează cu E, F, G, H, mijloacele laturilor $[AB], [BC], [CD]$ şi respectiv $[DA]$. Demonstrați că $EFGH$ este dreptunghi.

13. Se consideră rombul $ABCD$, cu $[AB] \equiv [BD]$ şi $AC = 12$ cm. Punctele M şi N sunt mijloacele laturilor $[AB]$, respectiv $[BC]$. Aflați perimetrul triunghiului DMN.

14. În triunghiul dreptunghic ABC, cu $m(\sphericalangle A) = 90°$, fie M mijlocul laturii $[BC]$. Paralela prin A la BC intersectează paralela prin B la AM în punctul N. Demonstrați că patrulaterul $AMBN$ este romb.

15. Se consideră rombul $ABCD$. Fie $BE \perp AD,\ E \in (AD)$ şi $DF \perp BC,\ F \in (BC)$. Demonstrați că patrulaterul $BEDF$ este dreptunghi.

16. Perimetrul unui dreptunghi este egal cu dublul perimetrului unui romb cu latura de 6,25 cm. Determinați dimensiunile dreptunghiului, ştiind că lățimea este un sfert din lungime.

18 cm, iar lungimea diagonalei mici este egală

3.6. Pătratul

Definiţie. Pătratul este dreptunghiul cu două laturi consecutive congruente.

Observaţie. Din definiţie rezultă că pătratul are toate proprietăţile dreptunghiului şi ale rombului, deci într-un pătrat:

1. Toate laturile sunt congruente.
2. Toate unghiurile sunt congruente, deci drepte.
3. Diagonalele pătratului sunt congruente, perpendiculare şi au acelaşi mijloc.
4. Diagonalele sunt bisectoarele unghiurilor pătratului.

Teorema 1. Dacă un paralelogram are două laturi consecutive congruente şi un unghi drept, atunci este pătrat.

Teorema 2. Dacă un paralelogram are diagonalele congruente şi perpendiculare, atunci este pătrat.

CUNOAŞTERE ŞI EXERSARE

1. Desenaţi în chenarul următor un pătrat cu lungimea laturii de 2 cm. Notaţi apoi pătratul *ABCD*.

2. Scrieţi în dreptul fiecărei propoziţii de mai jos **A**, dacă propoziţia este adevărată, respectiv **F**, dacă propoziţia este falsă:

a) „Dacă *ABCD* este un pătrat, atunci *ABCD* este şi dreptunghi."

b) „Dacă *ABCD* este un pătrat, atunci *ABCD* are toate unghiurile alungite."

c) „Dacă un patrulater are un unghi drept, atunci patrulaterul este pătrat."

d) „Dacă un romb are un unghi drept, atunci rombul este pătrat."

e) „Diagonalele unui pătrat sunt congruente şi perpendiculare."

3. Calculaţi, în spaţiile punctate, perimetrul unui pătrat cu latura de:

a) 4 cm: $P = 4 \cdot l =$

b) 6 dm: $P =$

c) 2,5 mm: $P =$

3.7. Trapezul. Linia mijlocie

Definiţie. Patrulaterul convex care are două laturi paralele şi două laturi neparalele se numeşte *trapez*. Laturile paralele se numesc baze.

Definiţie. Trapezul cu una dintre laturile neparalele perpendiculară pe baze se numeşte *trapez dreptunghic*.

Definiţie. Trapezul cu laturile neparalele congruente se numeşte *trapez isoscel*.

Proprietăţi. Trapezul isoscel are următoarele proprietăți:

1. Unghiurile alăturate unei baze sunt congruente.
2. Diagonalele sale sunt congruente.

Teorema 1. Un trapez este isoscel dacă şi numai dacă unghiurile alăturate unei baze sunt congruente.

Teorema 2. Un trapez este isoscel dacă şi numai dacă diagonalele sunt congruente.

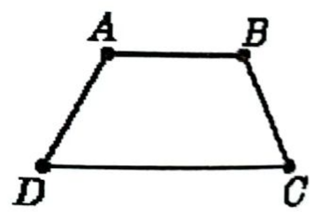
Definiţie. Segmentul de dreaptă determinat de mijloacele laturilor neparalele ale unui trapez se numeşte linie mijlocie în trapez.

Teorema 3. Într-un trapez linia mijlocie este paralelă cu bazele şi are lungimea egală cu semisuma lungimilor acestora.

Teorema 4. Într-un trapez, segmentul determinat de intersecțiile diagonalelor cu linia mijlocie a trapezului are lungimea egală cu semidiferența lungimilor bazelor.

CUNOAŞTERE ŞI EXERSARE

1. În figura alăturată, patrulaterul $ABCD$ este trapez oarecare. ($AB \parallel CD$). Scrieți în dreptul fiecărei propoziții de mai jos **A**, dacă propoziția este adevărată, respectiv **F**, dacă propoziția este falsă:



a) „Laturile $[AB]$ şi $[CD]$ ale trapezului $ABCD$ se numesc baze."

b) „Diagonalele $[AC]$ şi $[BD]$ sunt întotdeauna congruente"

c) „Bazele trapezului $ABCD$ sunt congruente."

d) „Suma măsurilor unghiurilor trapezului $ABCD$ este 360°."

2. Un trapez $ABCD$, $AB \parallel CD$, are $m(\sphericalangle A) = 125°$ şi $m(\sphericalangle B) = 136°$. Calculați măsurile unghiurilor C şi D.

Rezolvare. Cum $AB \parallel CD$, rezultă că unghiurile A şi D sunt suplementare, adică $m(\sphericalangle A) + m(\sphericalangle D) = 180^0$, de unde $m(\sphericalangle D) =$

3. Un trapez $ABCD$ are $m(\sphericalangle A) = 82°$, $m(\sphericalangle B) = 76°$ şi $m(\sphericalangle C) = 104°$. Calculați măsura unghiului D.

4. Un trapez isoscel are baza mică de 3 cm, baza mare este egală cu dublul bazei mici, iar laturile neparalele sunt fiecare egale cu un sfert din baza mare. Calculați perimetrul trapezului.

5. Un trapez isoscel are perimetrul egal cu 58 cm. Știind că baza mică are lungimea de 15 cm, laturile neparalele au fiecare 12 cm, determinați lungimea bazei mari a trapezului.

6. Într-un trapez isoscel măsura unui unghi este de 60°. Determinați măsurile celorlalte unghiuri ale sale.

7. Fie $ABCD$ un trapez isoscel cu $AB \parallel CD$. Dacă $m(\sphericalangle D) = 105°$, aflați măsurile celorlalte unghiuri ale trapezului.

8. Într-un trapez, baza mică este de 6 cm, iar baza mare de trei ori mai mare. Determinați lungimea liniei mijlocii a trapezului.

ACUMULARE ŞI CONSOLIDARE

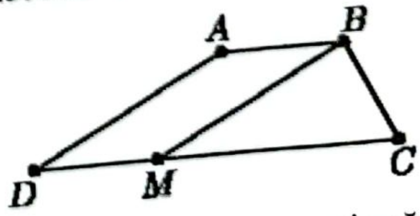
9. În trapezul isoscel $ABCD$, $AB \parallel CD$, se cunosc $m(\sphericalangle C) = 60°$, $AB = 8$ cm și $CD = 20$ cm. Determinați perimetrul trapezului.

10. Se consideră trapezul isoscel $ABCD$, $AB \parallel CD$. Dacă $m(\sphericalangle A) = 60°$ și $AD = DC = BC = 7$ cm, determinați perimetrul trapezului $ABCD$.

Indicație. Construiți perpendicularele din C și D pe AB.

11. Determinați măsurile unghiurilor trapezului $ABCD$, $AB \parallel CD$, știind că acestea sunt direct proporționale cu numerele 6, 7, 8 și 9.

12. Determinați lungimea laturii neparalele a unui trapez isoscel care are perimetrul de 32 cm și lungimea liniei mijlocii de 7 cm.



13. În figura alăturată, $ABCD$ este trapez, cu $AB \parallel CD$. Se știe că $AB = 4$ cm, $CD = 16$ cm și $MC = 3MD$. Demonstrați că $ABMD$ este paralelogram.

14. Aflați măsurile unghiurilor unui trapez isoscel $ABCD$, $AB \parallel CD$, în care se știe că $m(\sphericalangle A) = 4 \cdot m(\sphericalangle D)$.

15. Se consideră trapezul dreptunghic $ABCD$, $AB \parallel DC$, în care $m(\sphericalangle A) = 90°$, $m(\sphericalangle B) = 60°$, $AC \perp BC$, $BC = 16$ cm. Aflați lungimea liniei mijlocii a trapezului.

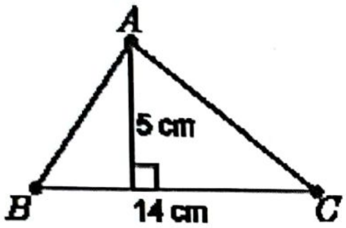
... segmentului determinat de mijloacele diagonalelor unui trapez

CUNOAŞTERE ŞI EXERSARE

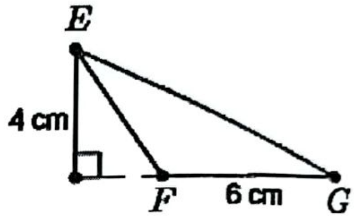
1. Calculaţi:
a) aria unui triunghi dreptunghic cu lungimile catetelor de 15 cm şi 20 cm.
b) aria unui triunghi cu o latură de 18 cm şi înălţimea corespunzătoare ei de 12 cm.
c) aria unui paralelogram cu o latură de 10 cm şi înălţimea corespunzătoare de 8 cm.
d) aria unui romb cu lungimile diagonalelor de 12 cm şi 8 cm.
e) aria unui dreptunghi cu dimensiunile de 16 cm şi 10 cm.
f) aria unui triunghi dreptunghic isoscel care are o catetă de lungime egală cu 6 cm.
g) aria unui triunghi dreptunghic isoscel care are lungimea ipotenuzei egală cu 6 cm.
h) aria unui trapez cu bazele de lungimi 10 cm şi 7 cm şi înălţimea de 12 cm.
i) aria unui trapez cu lungimea înălţimii de 9 cm şi a liniei mijlocii de 11 cm.

2. Calculaţi ariile figurilor geometrice următoare:

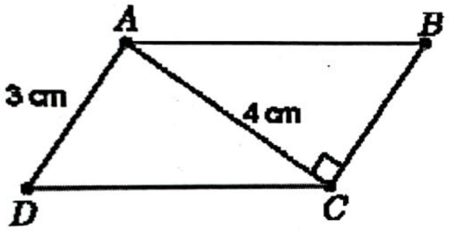
a)



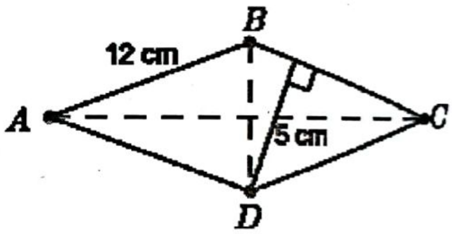
b)



c)



d)



3. Fie triunghiul ABC oarecare, unde $AD \perp BC$, $D \in (BC)$.
a) Dacă $BC = 10$ cm şi $AD = 6$ cm, calculaţi $\mathcal{A}_{ABC}$.
b) Dacă $\mathcal{A}_{ABC} = 48\ \text{cm}^2$ şi $BC = 16$ cm, calculaţi AD.

4. În triunghiul ABC dreptunghic, $m(\sphericalangle A) = 90°$, $AD \perp BC$, $D \in (BC)$.
a) Dacă $AB = 4$ cm şi $AC = 3$ cm calculaţi $\mathcal{A}_{ABC}$.
b) Dacă $AB = 20$ cm, $AC = 15$ cm şi $AD = 12$ cm, calculaţi $\mathcal{A}_{ABC}$ şi BC.
c) Dacă $AB = 8$ cm, $AD = 4{,}8$ cm şi $\mathcal{A}_{ABC} = 24\ \text{cm}^2$, calculaţi AC şi BC.
d) Dacă $AB = 12$ cm, $AC = 5$ cm şi $BC = 13$ cm, calculaţi AD.

5. Fie paralelogramul $ABCD$ cu aria de $48\ \text{cm}^2$ şi punctul $M \in (DC)$. Calculaţi aria triunghiului MAB.

6. Calculaţi aria unui pătrat cu latura de 10 cm.

7. Calculaţi aria unui pătrat cu perimetrul de 20 cm.

8. Calculaţi aria unui triunghi dreptunghic ABC, în care $m(\sphericalangle A) = 90°$, $m(\sphericalangle B) = 45°$ şi $BC = 18$ cm.

Indicație. Fie $AD \perp BC$. Cum triunghiul ABC este isoscel, rezultă că AD este și mediană, de unde $AD = \frac{BC}{2}$. Continuați voi!

9. Laturile unui dreptunghi au lungimile de 9 cm și 6 cm. Aflați aria dreptunghiului.

10. Calculați aria unui dreptunghi dacă:
a) lungimea dreptunghiului este 12 cm și lățimea un sfert din lungime.
b) perimetrul dreptunghiului este 36 cm și lungimea este dublul lățimii.

11. Aflați latura unui pătrat cu aria de 100 cm^2.

12. Calculați aria unui trapez $ABCD$, $AB \parallel CD$, dacă $AB = 15$ cm, $CD = 9$ cm, iar înălțimea trapezului are lungimea de 9 cm.

13. Calculați aria unui trapez, știind că baza mică este de 4 cm, baza mare este de două ori mai mare, iar distanța dintre baze este de 5 cm.

14. Fie dreptunghiul $ABCD$, unde $AC = 15$ cm, iar distanța de la B la AC este de 6 cm. Calculați aria dreptunghiului.

15. Fie $ABCD$ un romb care are aria egală cu 112 cm^2, iar lungimea diagonalei $[AC]$ este de 14 cm. Calculați lungimea diagonalei $[BD]$.

16. $ABCD$ este un paralelogram în care $BD \perp AD$ și $DB \cdot BC = 28$ cm^2. Aflați aria paralelogramului $ABCD$.

ACUMULARE ȘI CONSOLIDARE

17. Perimetrul unui romb $ABCD$ este de 48 cm, iar distanța de la D la BC este de 8 cm. Aflați aria rombului.

Indicație. Deoarece distanța de la D la BC este de 8 cm, înseamnă că înălțimea rombului are lungimea de 8 cm. Atunci $\mathcal{A}_{ABCD} = l \cdot h = \ldots$.

18. Aflați aria unui triunghi isoscel ABC, dacă se cunosc $AB = AC = 18$ cm, $m(\sphericalangle A) = 120°$ și $BC = 24$ cm.

19. Fie $ABCD$ un trapez isoscel, la care se știu $AB \parallel CD$, $AB = 24$ cm, $CD = 12$ cm și $m(\sphericalangle B) = 45°$. Aflați aria trapezului și aria triunghiului ADC.

20. Fie $ABCD$ un romb cu perimetrul de 100 cm, diagonala $AC = 30$ cm și aria de 600 cm^2.
a) Calculați lungimea diagonalei $[BD]$.
b) Calculați distanța de la punctul D la dreapta BC.

21. Fie ABC un triunghi oarecare cu $m(\sphericalangle C) = 30°$, $AC = 14$ cm, $BC = 20$ cm și $AD \perp BC$, $D \in (BC)$.
a) Calculați aria triunghiului ABC.
b) Calculați distanța de la punctul B la dreapta AC.